

# Riemannův tenzor křivosti: Matematické srdce zakřiveného prostoru

**Riemannův tenzor křivosti** (často zkráceně jen Riemannův tenzor) je komplexní matematický objekt, který nám přesně a kvantitativně říká, jak moc a jakým způsobem je daný prostor (nebo časoprostor) zakřivený.

Představ si, že jsi mravenec pohybující se po povrchu jablka. Z tvého pohledu se povrch zdá lokálně plochý, ale jakmile začneš cestovat na větší vzdálenosti, pravidla klasické (Euklidovské) geometrie přestanou platit. Riemannův tenzor je nástroj, který tomuto mravenci umožňuje z čistě lokálních měření zjistit, na jakém tvaru se vlastně nachází.

## Jak křivost vlastně měříme? (Paralelní přenos)

Základní myšlenka Riemannova tenzoru spočívá v konceptu zvaném **paralelní přenos**.

Představ si, že vezmeš vektor (šipku ukazující určitým směrem) a pohybuješ s ním po uzavřené smyčce tak, abys neustále zachovával jeho směr vůči samotnému povrchu (přenášíš ho paralelně).

- **V plochém prostoru** (např. na stole): Když se s vektorem vrátíš na výchozí místo, bude ukazovat přesně stejným směrem jako na začátku.
- **V zakřiveném prostoru** (např. na povrchu koule): Když se vrátíš na výchozí místo po uzavřené křivce, vektor bude pootočený.

Tento úhlový rozdíl mezi původním a přeneseným vektorem je přímým důsledkem křivosti. Riemannův tenzor nedělá nic jiného, než že tuto odchylku pro jakoukoliv infinitesimální (nekonečně malou) smyčku přesně matematicky popisuje.

## Matematická definice

Riemannův tenzor je tenzor čtvrtého řádu. V souřadnicovém zápisu se obvykle značí symbolem  $R^{\rho}_{\sigma\mu\nu}$  a vyjadřuje se pomocí tzv. Christoffelových symbolů ( $\Gamma$ ), které popisují, jak se mění souřadnicové osy bod od bodu.

Jeho formální definice zní:

$$R^{\rho}_{\sigma\mu\nu} = \partial_{\mu} \Gamma^{\rho}_{\nu\sigma} - \partial_{\nu} \Gamma^{\rho}_{\mu\sigma} + \Gamma^{\rho}_{\mu\lambda} \Gamma^{\lambda}_{\nu\sigma} - \Gamma^{\rho}_{\nu\lambda} \Gamma^{\lambda}_{\mu\sigma}$$

Kde:

- $\partial_{\mu}$  a  $\partial_{\nu}$  značí parciální derivace podle příslušných souřadnic.
- $\Gamma$  jsou Christoffelovy symboly druhého druhu (tzv. konexe).

Ačkoliv tento vzorec vypadá hrozivě, jeho podstata je logická: první dva členy reprezentují změnu samotného prostoru, zatímco druhé dva (kvadratické) členy korigují to, že samotné souřadnicové systémy mohou být „zakroucené“.

## Klíčové vlastnosti a symetrie

Tensor čtvrtého řádu ve 4D časoprostoru by měl mít teoreticky  $4^4 = 256$  nezávislých složek. Riemannův tenzor má ale silné vnitřní symetrie, které tento počet drasticky snižují (ve čtyřech dimenzích na pouhých 20 nezávislých složek):

- Antisymetrie v posledních dvou indexech:**  $R^{\rho}_{\sigma\mu\nu} = -R^{\rho}_{\sigma\nu\mu}$
- Antisymetrie v prvních dvou indexech:** (při plně kovariantním zápisu)  $R_{\rho\sigma\mu\nu} = -R_{\sigma\rho\mu\nu}$
- Symetrie bloků:**  $R_{\rho\sigma\mu\nu} = R_{\mu\nu\rho\sigma}$
- První Bianchiho identita:** Cyklická záměna posledních tří indexů se rovná nule:  $R^{\rho}_{\sigma\mu\nu} + R^{\rho}_{\mu\nu\sigma} + R^{\rho}_{\nu\sigma\mu} = 0$

## Význam v Obecné teorii relativity

Riemannův tenzor je ústředním bodem Einsteinovy obecné teorie relativity. Albert Einstein ukázal, že gravitace není „síla“ táhnoucí tělesa k sobě (jak tvrdil Newton), ale je to iluze způsobená tím, že hmotná tělesa zakřivují samotný časoprostor.

Z Riemannova tenzoru se dají odvodit jednodušší objekty, které přímo vystupují v Einsteinových rovnicích pole:

- Ricciho tenzor** ( $R_{\mu\nu}$ ): Vzniká úžením Riemannova tenzoru ( $R_{\mu\nu} = R^{\rho}_{\rho\mu\nu}$ ).
- Skalární křivost** ( $R$ ): Další úžení, které dává jediné číslo pro každý bod v prostoru.

Zatímco Ricciho tenzor popisuje, jak se mění objem shluku volně padajících částic, plný Riemannův tenzor navíc zachycuje slapové síly – tedy to, jak jsou tělesa v gravitačním poli natahována a mačkána.

From:  
<https://www.serviceit.cz/> - IT ENCYKLOPEDIÉ

Permanent link:  
[https://www.serviceit.cz/doku.php?id=riemannuv\\_tenzor\\_krivosti](https://www.serviceit.cz/doku.php?id=riemannuv_tenzor_krivosti)

Last update: **2026/05/30 18:00**

